**Конспект урока**

**Геометрия**: **7 класс**

**Урок № 50**.**Прямоугольные треугольники**

**Тезаурус:**

**Остроугольный треугольник –** треугольник, у которого все углы острые.

**Тупоугольный треугольник –**треугольник, у которого два угла острые, а третий – тупой.

**Прямоугольный треугольник –** треугольник, у которого один угол – прямой, т.е. равный 90°. Сторона прямоугольного треугольника, лежащая напротив прямого угла, называется **гипотенузой**, а две другие стороны – **катетами**.

Внешним углом треугольника называется угол, смежный любому углу треугольника. Его градусная мера равна сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения.**

Давайте рассмотрим виды треугольников. Существуют следующие виды:



1. **Остроугольный треугольник –**треугольник, у которого все углы острые.
2. **Тупоугольный треугольник –** треугольник, у которого два угла острые, а третий – тупой.
3. **Прямоугольный треугольник –** треугольник, у которого два угла острые, а один – прямой, т.е. равный 90°. Сторона прямоугольного треугольника, лежащая напротив прямого угла, называется **гипотенузой**, а две другие стороны – **катетами**.

Обратите внимание, на рисунке изображён треугольник АВС с прямым углом С, в прямоугольном треугольнике гипотенуза всегда является самой большой стороной.

Рассмотрим**свойства прямоугольного треугольника:**

1. Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.



Сумма всех углов треугольника равна 180°, прямой угол равен 900, следовательно, сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

1. Катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла 300, равен половине гипотенузы.

Рассмотрим прямоугольный треугольник *АВС*, в котором *∠А*– прямой, ∠*В = 30*° и, значит, *∠С = 60*°.



Докажем, что FC = ½ BC

Достроим к треугольнику *АВС* равный ему треугольник *ABD* так, как у нас показано на рисунке. Получим треугольник *ВСD,* в котором ∠*В = ∠D = 60°,* поэтому *DC = BC*(по признаку равнобедренного треугольника). Но *АС = ½ DC.*Следовательно, *АС = ½BC,* что и требовалось доказать.

1. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°.



Рассмотрим прямоугольный треугольник *АВС*, у которого катет *АС* равен половине гипотенузы *ВС*. Докажем, что ∠*АВС*= 30°.



Достроим к треугольнику *АВС*равный ему треугольник *ABD* так, как у нас показано на рисунке. Получим равносторонний треугольник *BCD.* Углы равностороннего треугольника равны друг другу (т.к. сумма углов треугольника равна 180°, а в равностороннем треугольнике все углы равны, следовательно, 180° : 3= 60° – каждый угол равностороннего треугольника). В частности, ∠*DВС*= 60°. Но ∠*DВС*= 2∠*АВС*. Следовательно, ∠*АВС*= 30°, что и требовалось доказать.

**Признаки равенства прямоугольных треугольников.**

Так как в прямоугольном треугольнике угол между двумя катетами прямой, а любые два прямых угла равны, то из первого признака равенства треугольников следует:

**если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны.**

Далее из второго признака равенства треугольников следует:

**если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему другого, то такие треугольники равны.**

Рассмотрим ещё два признака равенства прямоугольных треугольников.

**Теорема.**Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны.

Дано: ∆АВС и ∆НМХ, ∠С = ∠Х = 90°, АВ = НМ, ∠А = ∠Н.

Доказать: ∆АВС и ∆НМХ



**Доказательство.**Из первого свойства прямоугольных треугольников мы можем сделать вывод, что в таких треугольниках два других острых угла также равны, поэтому треугольники равны по второму признаку равенства треугольников (по стороне и двум прилежащим к ней углам). Теорема доказана.

Разбор заданий тренировочного модуля.

№ 1.Найдите острые углы прямоугольного равнобедренного треугольника.

Объяснение. Мы знаем, что сумма двух острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90°, а в равнобедренном треугольнике углы при основании равны, следовательно, можно вычислить градусную меру острого угла прямоугольного равнобедренного треугольника: 90° : 2= 45°.

Ответ: острый угол прямоугольного равнобедренного треугольника равен 45°.

**№ 2.**Опираясь на рисунок, укажите, по какому признаку равны треугольники.



Варианты ответов:

1. по катету и прилежащему к нему острому углу;
2. по гипотенузе и прилежащему к ней острому углу;
3. по катету и прямому углу;
4. двум катетам.

Объяснение. На рисунке указано равенство катетов *МС* и *ВС*, углы *МСН* и *ВСА*вертикальны, значит, они равны. Следовательно, треугольники *АВС* и *НСМ* равны по катету и прилежащему к нему острому углу, подходит ответ 1.

Ответ: 1. по катету и прилежащему к нему острому углу.

**Конспект урока**

**Геометрия**.**7 класс**

**Урок № 51**.**Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми**

**Тезаурус:**

**Наклонной**, проведенной из данной точки к данной прямой, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой прямойине являющийся перпендикуляром к прямой.

Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, называется **расстоянием от этой точки до прямой**.

Все точки каждой из двух параллельных прямых **равноудалены** от другой прямой.

Все точки плоскости, расположенные по одну сторону от данной прямой и равноудаленные от неё, лежат на прямой, параллельной данной.

Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется расстоянием между этими прямыми.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения.**

Расстояние между двумя точками – длина отрезка, соединяющего эти точки. Введём также следующие понятия:

1) расстояние от точки до прямой;

2) расстояние между параллельными прямыми.



Пусть отрезок *АН*– перпендикуляр, проведённый из точки *А* к прямой а, *М*– любая точка прямой а, отличная от *Н*. Отрезок *АМ* называется **наклонной**, проведённой из точки *А* к прямой а. *В* прямоугольном треугольнике *АНМ* катет *АН* меньше гипотенузы *АМ*. Следовательно, перпендикуляр, проведённый из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведённой из той же точки к этой прямой.

Длина перпендикуляра, проведённого из точки к прямой, называется расстоянием от этой точки до прямой.



Отметим, что расстояние от точки до прямой равно наименьшему из расстояний от этой точки до точек прямой.

На рисунке расстояние от точки *В* до прямой р равно 3 см, а расстояние от точки *С* до этой прямой равно 5 см.

Прежде чем ввести понятие расстояния между параллельными прямыми, рассмотрим одно из важнейших свойств параллельных прямых.



**Теорема.**Все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой.

**Доказательство.**Рассмотрим параллельные прямые *а* и *b*. Отметим на прямой *a* точку *A* и проведём из этой точки перпендикуляр *AB* к прямой *b*. Докажем, что расстояние от любой точки *X*прямой *а* до прямой *b* равно *АВ*.

Проведём из точки *Х* перпендикуляр *XY* к прямой *b*. Так как *XY‎*перпендикулярно*b*, то *XY‎* перпендикулярно *а*. Прямоугольные треугольники *ABY* и *YXA* равны по гипотенузе и острому углу (*AY*– общая гипотенуза, а углы 1 и 2 равны как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых *a* и *b* секущей *AY*). Следовательно, *XY*= *AB*.



Итак, любая точка *X* прямой *a* находится на расстоянии *AB* от прямой *b*. Очевидно, что все точки прямой *b* находятся на таком же расстоянии от прямой *a*. Теорема доказана.

Из доказанной теоремы следует, что точка, движущаяся по одной из параллельных прямых, все время находится на одном и том же расстоянии от другой прямой.

Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется **расстоянием между этими прямыми.**

Отметим, что расстояние между параллельными прямыми равно наименьшему из расстояний от точек одной прямой до точек другой прямой.

**Замечание.** Справедливо утверждение, обратное доказанной теореме: все точки плоскости, расположенные по одну сторону от данной прямой и равноудалённые от неё, лежат на прямой, параллельной данной.

**Дано:**
*AA*1= *BB*1= *CC*1

**Доказать:** точки*A, B, C*– принадлежатодной прямой, АА1*║* ВВ1*║*СС1.

**Доказательство:**по аксиоме параллельных прямых, через точку A проведем прямую *b, b║a*, тогда все точки *b║a* равноудаленыот точек прямой *a*. Докажем, что *B, C∈ b*.



Пусть *B∉ b, C∉ b,*значит, расстояние от точки *B* до *a* и *C* будет больше или меньше, чем расстояние *h*. Но это противоречит *AA*1= *BB*1= *CC*1.

Следовательно, наше предположение неверно и *A, B и С ∈ b || a,*что и требовалось доказать.

Разбор заданий тренировочного модуля.

В равностороннем треугольнике *ABC* проведена биссектриса *AD*. Расстояние от точки *D* до прямой *AC* равно 12 см. Найти расстояние от точки *A* до прямой *BC.*

Объяснение: равносторонним треугольником называется треугольник с тремя равными сторонами (значит, и с тремя равными углами, то есть – по 60°). Равносторонний треугольник является частным случаем равнобедренного, поэтому все свойства, присущие равнобедренному треугольнику, распространяются и на равносторонний. Поэтому *АD* – не только биссектриса, но ещё и высота, стало быть *AD*⊥*BC*

Поскольку расстояние от точки *D* до прямой *АС* – это длина перпендикуляра, опущенного из точки *D* на прямую *AC*, то *DH* – данное расстояние. Рассмотрим треугольник *AHD*. В нём угол *H* = 90°, так как *DH* – перпендикуляр к *AC* (по определению расстояния от точки до прямой). Кроме этого, в данном треугольнике катет *DH* лежит против угла *DAH*= 30°, поэтому *AD*= 2 ∙ 12= 24см (по свойству).

Расстояние от точки *А* до прямой *ВС* – это длина опущенного на прямую ВС перпендикуляра. По доказанному *AD⊥ BC*, значит, *AD*= 24 см.

Ответ: 24 см.

**Конспект урока**

**Геометрия**.**7 класс**

**Урок № 52**.**Построение треугольника по трём элементам**

**Тезаурус:**

**Задачей на построение** называется предложение, указывающее, по каким данным, какую геометрическую фигуру требуется построить, чтобы эта фигура удовлетворяла определённым условиям.

**Построение треугольника по трём элементам:**

* по 2 сторонам и углу между ними;
* по стороне и двум прилежащим к нему углам;
* по трём сторонам.

**Задачи на построение:**

* позволяют моделировать те или иные практические ситуации
* устанавливают связь между геометрией и черчением, геометрией и рисованием.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения**

**Построение треугольника по трём элементам.**

Чтобы построить треугольник, нужно уметь строить:

1. Отрезок, равный данному.





2. Угол, равный данному.



Любая задача на построение включает в себя четыре основных этапа.

**Анализ:**предположить, что задача решена, сделать чертеж от руки искомой фигуры, составить план решения задачи.

**Построение:**описать способ построения.

**Доказательство:**доказать, что построенная фигура или множество точек – искомые.

**Исследование:**выяснить, всегда ли построение возможно.

**Задача 1.**

**Построить треугольник по трём заданным сторонам.**

**Условие:**

Дано:



Построить: ∆A1B1C1 = ∆ABC

**Схема построения:**

****

****

****

****

**Задача 2.**

**Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.**

**Условие:**

Дано:



Построить: ∆A1B1C1такой, что A1B1 =AB, A1C1 =AC, ∠B1A1C1 =∠BAC.

**Схема построения:**

****

****

****

**Задача 3.**

**Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.**

**Условие:**

Дано:



Построить: ∆A1B1C1такой, что A1B1 =AB, ∠A1 =∠A, ∠B1 =∠B.

**Схема построения:**







**Разбор решения заданий тренировочного модуля.**

**Задача 1.** Найдите расстояние от вершины В до прямой АС.

Дано. В треугольнике АВС: АВ = ВС = 10 см, ∠АВС = 120°.



Решение.

∆АВС – равнобедренный. ВН – расстояние от точки В до прямой АС, т. е. ВН ⊥ АС. В равнобедренном треугольнике высота является биссектрисой. ∠АВН = 120°: 2 =60°, значит, ∠А = 30°. Против угла 30° лежит катет ВН равный половине гипотенузы АВ. Значит, ВН = 10 : 2 = 5 см.

Ответ: 5 см расстояние от вершины В до прямой АС.

**Задача 2.** Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

Дано: отрезок р, угол α.



Решение.

1. Построим ∠В = α.
2. Проведем окружность с центром В и радиусом р.
3. С – точка пересечения окружности и угла.
4. Построим перпендикуляр к другой стороне угла.
5. ∆АВС – искомый.

**Задача 3.**Построить треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла.

Дано: отрезки р и q, угол α.

Решение.

Требуется построить треугольник АВС, у которого одна из сторон, например АС = р, ∠А =α , а биссектриса АD = q.



Построение:

1) Построим ∠А = α.

2) Отложим отрезок АС = р.

3) Построим биссектрису АD угла А.

4) Отложим отрезок АD = q.

5) В – точка пересечения АВ и СD.

∆АВС – искомый.

Ответ: ∆АВС – искомый.

**Конспект урока**

**Геометрия**.**7 класс**

**Урок № 53**.**Обобщение и систематизация знаний по теме:**

**«Соотношение между сторонами и углами треугольника»**

**Тезаурус:**

**Внешний угол треугольника ‑**это угол смежный с каким-либо углом этого треугольника;

**Соотношение между сторонами и углами**: против большего угла лежит большая сторона;

**Неравенство треугольника:** каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон;

**Свойства прямоугольного треугольника**:

* в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°;
* в прямоугольном треугольнике против угла 30° лежит катет, равный половине гипотенузы.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения.**

**Треугольники. Виды треугольников.**





**Теорема 1. Сумма углов треугольника равна 180°.**

**Теорема 2. Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.**

**Прямоугольный треугольник**

Треугольник называют прямоугольным, если один из его углов прямой.



**Свойства:**

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.



2. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны 45°.



3. В прямоугольном треугольнике катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы. Обратная теорема верна.



**Признаки равенства прямоугольных треугольников**









**Соотношение между сторонами и углами треугольника.**

В треугольнике:

1. против большей стороны лежит больший угол;
2. против большего угла лежит большая сторона.

**Неравенство треугольника**

**a < b+c**

**b < a+ c**

**c < a+b**

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

**Разбор решения заданий тренировочного модуля**

**Задача 1.**Найдите углы треугольника и определите его вид.

Используем теоремы:

Т1Сумма углов треугольника равна 180°.

Т2Внешний угол треугольника равен сумме двух других, не смежных с ним.



Решение:

1 способ.

∠ВАС = 180° – 110°=70° смежные углы.

∠С = 180° – 70° – 40°=70°.

∆ АВС – равнобедренный, т. к. углы при основании равны

∠ВАС = ∠С = 70°.

2 способ.

∠С = 110° – 40° = 70°, т.к. внешний угол равен ∠В + ∠С.

Ответ: 40°, 70°, 70°.

**Задача 2.**

Периметр треугольника равен 32 см, а одна из сторон равна 8 см. Найдите две другие стороны треугольника.

Используем неравество треугольника: каждая сторона ∆ меньше суммы двух других.



Решение:

Если ∠1 = ∠2, то ∠ВАС = ∠ВСА, т. е. ∆АВС – равнобедренный.

Пусть АВ = ВС = 8 см. Т. к. Р = 32 см. то АС = 16см. ∆ не существует, не выполняется неравенство треугольника 8+8 =16.

Пусть АС = 8 см, тогда АВ = ВС = (32 – 8) : 2 = 24:2=12.

Такой треугольник существует.

Ответ: 12 см, 12 см, 8 см.

Задача 3. В прямоугольном ∆АВС биссектриса АК = 20, внешний угол ∆ АВС равен 150°. Найти: СК, ВК, ВС.

Используем свойство: В прямоугольном треугольнике катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.



Решение:

∠АВС = ∠ВАС = 90° ‑ 30°= 60°.

∠САК = ∠ВАК = 60°/2 = 30°, т. к. АК биссектриса.

∆АСК = ∠САК = 30°, следовательно, СК =20 : 2 = 10(см).

∆АКВ ‑ равнобедренный т.к. ∠КАВ = ∠АВК = 30° значит, ВК = АК = 20 (см).

ВС = 10 + 20=30 (см).

Ответ: 10 см, 20 см, 30 см.